

Übungsaufgaben Vorlesung Biometrie I Name: _____

Abgabe: MO 01.12.2008

Aufgabe1.

Eine faire Münze (Kopf oder Zahl) wird dreimal geworfen.

Wir betrachten die Zufallsvariablen

X =Anzahl Kopf im ersten Wurf sowie

Y =Gesamtzahl Kopf in allen drei Würfeln.

$Z=Y-X$

- a) Bestimmen die Menge möglicher Elementarereignisse des Zufallsexperiments.
- b) Bestimmen Sie den Träger und die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsfunktion von X und Y .
(Tipp: Stellen Sie eine geeignete Matrix auf.)
- c) Was sind die Randdichten von X und Y ?
- d) Berechnen Sie $\text{pr}(X=1|Y=k)$ für $k=0..3$:
- e) Sind X und Y unabhängig?
- f) Berechnen Sie die Kovarianz $\text{cov}(X,Y)$:
- g) Sind X und Z unabhängig?

Aufgabe 2:

Zwei stetige Zufallsvariable X und Y haben die gemeinsame Dichte

$$f_{X,Y}(x,y) = x \cdot y \quad \text{auf } 0 \leq x, y \leq \sqrt{2}$$

$$F_{X,Y}(x,y) = \Pr(X \leq x \wedge Y \leq y) = \int_0^x \int_0^y f_{X,Y}(x,y) \, dx \, dy = \int_0^x \int_0^y x \cdot y \, dx \, dy$$

a) Überzeugen Sie sich, dass die Verteilung wohldefiniert ist, d.h.

$$F_{X,Y}(\sqrt{2}, \sqrt{2}) = \int_0^{\sqrt{2}} \int_0^{\sqrt{2}} x \cdot y \, dx \, dy = 1$$

Tipp: Satz von Fubini.

b) Berechnen Sie die Randverteilung von X und Y. (Ausintegrieren!)

c) Sind X und Y unabhängig?

Aufgabe 3: Die Zufallsvariable X besitze die Dichtefunktion $f_X(x) = \exp(-x)$ für $x > 0$

a) In welcher Verteilungsfamilie der Vorlesung kommt diese Verteilung vor?

b) Berechnen Sie $\Pr(X > 1)$

c) Berechnen Sie $\Pr(X > 2 | X > 1)$

d) Berechnen Sie den Erwartungswert von X.

e) Sei $U \sim \text{Uniform}([0,1])$ die Gleichverteilung auf $[0,1]$
Sei $W = -\ln(U)$. Finden Sie die Dichte von W. (Überraschung!)

Aufgaben 4-6: Aufgaben 32, 33, 34 in Lavine Seite 88.