


UNIVERSITÄT LEIPZIG

Medizinische Fakultät

QSB 1: Epidemiologie, Medizinische Biometrie und Medizinische Informatik

# Übung 2
# Wahrscheinlichkeitsrechnung Diagnostik

Wintersemester 2026/27

imise.

# Lernziele

Die Studierenden sollen

- den Begriff der bedingten Wahrscheinlichkeit verstehen und richtig anwenden,
- Kenngrößen (Gütekriterien) diagnostischer Tests aktiv beherrschen,
- Fehlermöglichkeiten beim diagnostischen Test kennen und Tests anhand dieser einschätzen können,
- positiven und negativen prädiktiven Wert berechnen und interpretieren und
- sich bewusst sein, dass die prädiktiven Werte stark von der Prävalenz abhängen.

# Bedingte Wahrscheinlichkeit (1)

- Bei einem bestimmten Stamm weißer Mäuse tritt mit einer Wahrscheinlichkeit von p=0,1 ein Leberschaden ein. Außerdem weiß man, dass bei Mäusen mit Leberschaden in 2 von 3 Fällen Haarausfall auftritt, bei Mäusen ohne Leberschaden jedoch nur in einem von 9 Fällen.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Maus mit Haarausfall ein Leberschaden vorliegt?

# Diagnostischer Test (1)

Voraussetzung für die (statistische) Auswertung eines diagnostischen Tests:
Patienten müssen einerseits eindeutig den Kategorien gesund (D-) oder krank (D+) zugeordnet werden und andererseits eindeutig dem Ergebnis Testnegativ (T-) oder Testpositiv (T+) zugeordnet sein.

Diagnostische Tests sind selten vollkommen sensitiv und vollkommen spezifisch. Es treten Fehlklassifikationen auf.

# Diagnostischer Test (2)

| | **T-** | **T+** | **Zeilensumme** |
|---|---|---|---|
| **D-** | RN<br>( ) | FP<br>( ) | RN+FP<br>( ) |
| **D+** | FN<br>( ) | RP<br>( ) | FN+RP<br>( ) |
| **Spaltensumme** | RN+FN<br>( ) | FP+RP<br>( ) | 1 |

# Kenngrößen (Gütekriterien) der Tests (3)

| | **T-** | **T+** | **Zeilensumme** |
|---|---|---|---|
| **D-** | RN<br>( ) | FP<br>( ) | RN+FP<br>( ) |
| **D+** | FN<br>( ) | RP<br>( ) | FN+RP<br>( ) |
| **Spaltensumme** | RN+FN<br>( ) | FP+RP<br>( ) | 1 |

Aus der Vierfeldertafel lassen sich die Kenngrößen (Gütekriterien) der Tests einfach ablesen:

# Prädiktive Werte (6)

| | **T-** | **T+** | **Zeilensumme** |
|---|---|---|---|
| **D-** | RN<br>( ) | FP<br>( ) | RN+FP<br>( ) |
| **D+** | FN<br>( ) | RP<br>( ) | FN+RP<br>( ) |
| **Spaltensumme** | RN+FN<br>( ) | FP+RP<br>( ) | 1 |

Berechnung der prädiktiven Werte innerhalb der Stichprobe:

( )

( )

# Ein erfundenes Beispiel (1)
## (H.P.Beck-Bornholt und H.-H.Dubben)

- In einem wenig erschlossenen exotischen Land ist die seltene Krankheit K (canine overhoe) endemisch. Sie haben dort Ihren Urlaub verbracht. Die Ansteckungsgefahr für Touristen ist zwar gering, dennoch entschließen Sie sich, bei einem Spezialisten einen Test auf Infektion mit K durchführen zu lassen, da die Heilungschancen bei einer Früherkennung deutlich besser sind als nach dem Ausbruch der Krankheit.
- Der Test fiel positiv aus, und nun sind Sie in Sorge!
- Welche Informationen werden Sie sich besorgen, um die Wertigkeit des Testergebnisses zu beurteilen?

# Ein erfundenes Beispiel (2)

Auf Ihre Anfrage erfahren Sie

zum Test:

- Bei 99 von 100 Infizierten spricht der Test an.
- Auch bei 2 von 100 Nichtinfizierten spricht der Test an.

zur Infektionshäufigkeit:

- Unter Touristen infiziert sich von 1000 einer.

# Ein erfundenes Beispiel (4)

Wie können wir die richtige Antwort einfach ermitteln?

1. Schritt: Konstruktion einer fiktiven Population, von denen jeder 1000. infiziert ist

2. Schritt: Berechnung der Anzahl der Testpositiven unter Infizierten und Nichtinfizierten

3. Schritt: Berechnung der Anzahl der Testnegativen

4. Schritt: Berechnung der Wahrscheinlichkeit, bei positivem Testausgang tatsächlich infiziert zu sein

# Ein erfundenes Beispiel (5)

Bei Ihnen fiel der Test positiv aus.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie sich tatsächlich infiziert haben? Bitte entscheiden Sie sich:

| | | |
|---|---|---|
| A | 99% | |
| B | 98% | |
| C | etwa 95% | |
| D | etwa 50% | |
| E | etwa 5% | |
| F | 2% | |
| G | 1% | |

**Berechnen** Sie jetzt diese Wahrscheinlichkeit!

# Ein erfundenes Beispiel (6)

| | Test negativ (T-) | Test positiv (T+) | Zeilensumme |
|---|---|---|---|
| Nicht infiziert (D-) | | | |
| Infiziert (D+) | | | |
| Spaltensumme | | | |

Unter …… Testpositiven sind ….. Infizierte zu erwarten. Damit ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit, bei positivem Testausgang tatsächlich infiziert zu sein, gegeben durch $\frac{(\quad)}{(\quad)}$,

also ……%.

# Ein erfundenes Beispiel (12)

Wie sicher ist ein negativer Testausgang in diesem Beispiel?

| | Test negativ (T-) | Test positiv (T+) | Zeilensumme |
|---|---|---|---|
| Nicht infiziert (D-) | | | |
| Infiziert (D+) | | | |
| Spaltensumme | | | |

Unter ……. Testnegativen ist/sind … Infizierte(r) zu erwarten. Damit ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit, bei **negativem** Testausgang tatsächlich **nicht** infiziert zu sein (NPW), gegeben durch $\frac{(\quad)}{\quad}$

also …..%. Bei negativem Testausgang kann man sich also ……fühlen.

# Bayessche Formel (14)

Entspricht der Anteil der Erkrankten in der Untersuchungspopulation nicht der Prävalenz in der Population, in der der Test eingesetzt werden soll, so müssen die Vorhersagewerte über die Bayessche Formel bestimmt werden:

- Sensitivität ( | )
- Spezifität ( | )
- Prävalenz ( )

$$\frac{\frac{\text{Sensitivität} \cdot \text{Prävalenz}}{\text{Sensitivität} \cdot \text{Prävalenz} + (1 - \text{Spezifität}) \cdot (1 - \text{Prävalenz})}}{(\quad)}$$

# Ein erfundenes Beispiel (15)

PPW und NPW hängen stark von der Prävalenz ab.

Für Sensitivität = 99% und Spezifität = 98% ergibt sich z. B. für den PPW die folgende Tabelle:

| Prävalenz | PPW |
|---|---|
| 0,01% | 0,5% |
| **0,1%** | **4,7%** |
| 1% | 33,3% |
| 10% | 84,6% |
| 20% | 92,5% |

# Weitere Aufgabe (1)

- Bei der Entstehung von Ulzera (Geschwüren) im Magen spielt das Bakterium Helicobacter Pylori eine wichtige Rolle. In Deutschland sind 20% der Erwachsenen unter 40 Jahren mit diesem Bakterium infiziert. Der CLO-Test ist ein diagnostischer Test zum Nachweis von Helicobacter Pylori. Von 10000 untersuchten unter 40-jährigen Erwachsenen war bei den infizierten Personen in 40 Fällen der Test negativ und bei 240 nichtinfizierten Personen positiv.

- Stellen Sie die Kreuztabelle auf.
- Berechnen Sie die Sensitivität, Spezifität, den positiven prädiktiven Vorhersagewert (PPW) und den negativen prädiktiven Vorhersagewert (NPW).

# Weitere Aufgabe (2)

| | CLO-Test negativ (T-) | CLO-Test positiv (T+) | Summe |
|---|---|---|---|
| Nicht infiziert (D-) | | | |
| Infiziert (D+) | | | |
| Summe | | | |

Sensitivität =
Spezifität =
PPW =
NPW =

# Hausaufgabe: diagnostischer Test (1)

- Eine Lebensmittelaufsichtsbehörde untersuchte 400 Joghurtbecher, die in Geschäften aufgrund des überschrittenen Mindesthaltbarkeitsdatums sichergestellt wurden.
- Bei 280 Bechern war der Deckel gewölbt. Bei diesen wurden anhand von oberflächlichen Kulturen, auffallendem Geruch, eigenartiger Färbung bzw. unangenehmem Geschmack 160 Portionen als ungenießbar eingestuft.
- Bei der Prüfung des Inhalts der Becher ohne Deckelwölbung nach denselben Kriterien wurden 60 Proben für genießbar befunden.

# Hausaufgabe: diagnostischer Test (2)

a) Stellen Sie eine Kreuztabelle mit Häufigkeitsangaben auf, aus der die oben beschriebene Beziehung zwischen diagnostischen Befunden und tatsächlichem Zustand hervorgeht!

b) Berechnen Sie aus den Daten Prävalenz, Sensitivität, Spezifität sowie positiven prädiktiven Wert (PPW)!

c) An welchem der Parameter Prävalenz, Sensitivität, Spezifität, PPW, NPW und welcher Ausprägung (möglichst hoch / niedrig) sind folgende Personen interessiert?

   I. Ein Händler mit verdorbener Ware, von der er möglichst viel verkaufen will.

   II. Ein Kunde, der seinen Joghurt nach äußerlicher Inspektion des Bechers kauft.

# Hausaufgabe: diagnostischer Test (3)

a)

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | | | |
| | | | |

b) Prävalenz =
Sensitivität =
Spezifität =
PPW =

c) (I)
(II)