Konfidenzintervalle für Anteile (3)

Aufgabe 1 - Lösung

$$\hat{p} - z_{0,975} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1-\hat{p})}{n}} \leq p \leq \hat{p} + z_{0,975} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1-\hat{p})}{n}}$$

Voraussetzung: $n \cdot \hat{p} \cdot (1-\hat{p}) = 220 \cdot 0{,}727 \cdot 0{,}273 = 43{,}7 > 9$

Die Bedingung für die Anwendung der Näherungsformel ist erfüllt.

$$0{,}727 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}727 \cdot 0{,}273}{220}} \leq p \leq 0{,}727 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}727 \cdot 0{,}273}{220}}$$

$$0{,}668 \leq p \leq 0{,}786$$

95%-KI: [66,8; 78,6]%

Konfidenzintervalle für Anteile (5)

Aufgabe 2 - Lösung

	Deckel gewölbt (T^+)	Deckel nicht gewölbt (T^-)	Summe
verdorben (D^+)	40	15	55
nicht verdorben (D^-)	30	15	45
Summe	70	30	100

n (für Sensitivität!) $= 55$

$$Sensitivität = \frac{40}{55} = 0{,}727$$

$$\hat{p} = 0{,}727$$

Konfidenzintervalle für Anteile (6)

Aufgabe 2 - Lösung

$$\hat{p} - z_{0,975} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1-\hat{p})}{n}} \leq p \leq \hat{p} + z_{0,975} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1-\hat{p})}{n}}$$

Voraussetzung: $n \cdot \hat{p} \cdot (1-\hat{p}) = 55 \cdot 0{,}727 \cdot 0{,}273 = 10{,}9 > 9$

Die Bedingung für die Anwendung der Näherungsformel ist erfüllt.

$$0{,}727 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}727 \cdot 0{,}273}{55}} \leq p \leq 0{,}727 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}727 \cdot 0{,}273}{55}}$$

$$0{,}609 \leq p \leq 0{,}845$$

95%-KI: [60,9; 84,5]%

Konfidenzintervalle für Anteile (7)

Aufgabe 2 - Lösung

$n = 220$:

95%-KI: $[66{,}8; 78{,}6]\%$

$n = 55$:

95%-KI: $[60{,}9; 84{,}5]\%$

Breite des Konfidenzintervalls:

$n = 220$: $11{,}8\%$

$n = 55$: $23{,}6\%$;

d. h., man braucht hier den vierfachen Stichprobenumfang, um die Breite des Konfidenzintervalls zu halbieren.

Konfidenzintervalle für Anteile (10)

Aufgabe 3 - Lösung

- Wahrscheinlichkeit (Allgemeinbevölkerung)

$$p_0 = \frac{106}{(106+100)} = 0{,}515, \text{ also } 51{,}5\%$$

- Seveso: $p_S = \frac{88}{(88+103)} = \frac{88}{191} = 0{,}461$, also 46,1%
- 99,5%-Normalquantil (Skriptenheft, S. 177): 2,575
- 99%-Konfidenzintervall:

$$0{,}461 - 2{,}575 \cdot \sqrt{\frac{0{,}461 \cdot 0{,}539}{191}} \leq p \leq 0{,}461 + 2{,}575 \cdot \sqrt{\frac{0{,}461 \cdot 0{,}539}{191}}$$

$$0{,}368 \leq p \leq 0{,}554$$

99%-KI: [36,8; 55,4]%

$p_0 = 51{,}5\%$ ist in diesem Konfidenzintervall enthalten.

Konfidenzintervalle für Mittelwerte (4)

Aufgabe 4 - Einordnung

Ziel:
95%-Konfidenzintervall für einen Mittelwert berechnen

Gegeben:

- $\bar{x} = 55$ Jahre
- $s = 10$ Jahre
- $n = 25$
- Formel:

$$\bar{x} - t_{f;1-\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{f;1-\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Konfidenzintervalle für Mittelwerte (5)

Aufgabe 4 - Lösung

t-Quantil für α = 0,05

- $n = 25$:
  → $f = n - 1 = 24$
  Freiheitsgrade

	Irrtumswahrscheinlichkeit α für den z						
FG \ α	0,50	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	
1	1,000	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	3
2	0,816	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	
3	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	
6	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	
10	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	
11	0,697	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	
12	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	
13	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	
14	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	
15	0,691	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	
16	0,690	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	
17	0,689	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	
18	0,688	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	
19	0,688	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	
20	0,687	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	
21	0,686	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	
22	0,686	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	
23	0,685	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	
24	0,685	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	

Konfidenzintervalle für Mittelwerte (6)

Aufgabe 4 - Lösung

Gegebene Werte einsetzen:

$$55 - 2{,}064 \cdot \frac{10}{\sqrt{25}} \leq \mu \leq 55 + 2{,}064 \cdot \frac{10}{\sqrt{25}}$$

$$50{,}9 \leq \mu \leq 59{,}1 \quad \text{Jahre}$$

95%-KI: [50,9; 59,1] Jahre

Die Stichprobe passt nicht zu einem Populationsmittel von 62,0 Jahren, weil 62,0 nicht im 95%-KI enthalten ist. Die Patientinnen von Dr. X sind im Mittel jünger als die Patientinnen der Grundgesamtheit.